

Note synthétique sur la puissance développée par une éolienne de type WARP

H. Jeanmart, J.-M. Seynhaeve & G. S. Winckelmans

Université catholique de Louvain

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Mécanique

février 2005

1 Introduction

Cette note est une version simplifiée d'une note complète dans laquelle les expressions mathématiques exposées ci-dessous sont démontrées. L'absence de ces démonstrations permet une compréhension plus aisée des éléments essentiels que nous souhaitons exposer au sujet de la technologie WARP. Un exemple concret est proposé et chiffré afin d'illustrer les résultats du modèle.

2 La puissance du vent

Une éolienne est une machine destinée à transformer l'énergie cinétique (énergie de déplacement) du vent en électricité. L'énergie cinétique s'écrit (pour un kilogramme d'air)

$$E_{cyn} = \frac{c_0^2}{2}, \quad (1)$$

où c_0 est la vitesse du vent, voir Fig. 1. Cette énergie multipliée par un débit donne la puissance du vent. Cette puissance vaut:

$$P_d = \dot{m} \frac{c_0^2}{2} = \rho A c_0 \frac{c_0^2}{2}. \quad (2)$$

Dans la seconde partie de l'expression, ρ est la masse volumique en $[kg/m^3]$ et A est la surface exposée au vent $[m^2]$. Pour une éolienne, il s'agit de la surface balayée par le rotor.

Cette expression est souvent synthétisée sous la forme

$$P_d = \frac{1}{2} \rho A c_0^3. \quad (3)$$

Cette relation exacte est trompeuse car elle masque son origine physique: la puissance est le produit d'un débit et d'une énergie cinétique.

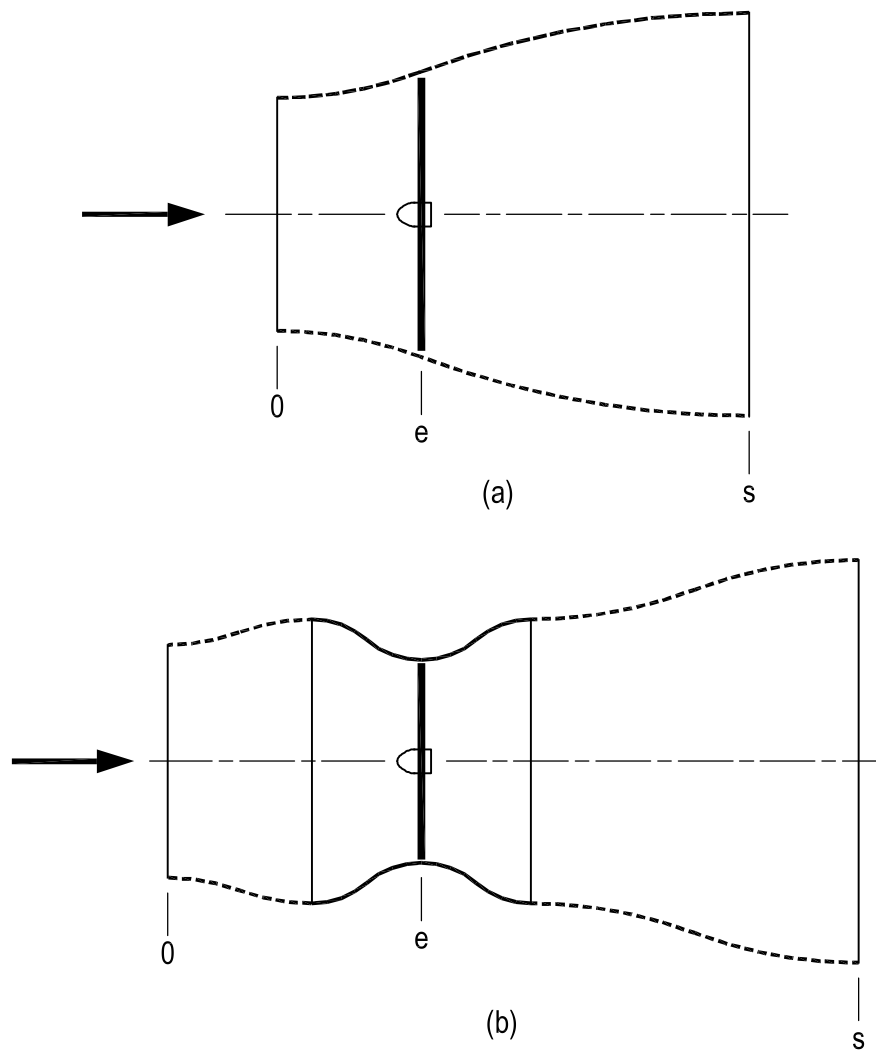


Figure 1: Illustration de l'écoulement de l'air au travers du rotor d'un éolienne classique (a) et d'une éolienne avec convergent-divergent symétrique (b). Les sections d'entrée, du rotor et de sortie sont identifiées par les indices 0, e et s . Il y correspond les vitesses axiales c_0 , c_e et c_s .

3 la puissance des éoliennes classiques

Les éoliennes ne peuvent récupérer qu'une fraction de l'énergie cinétique du vent. La puissance prélevée par l'éolienne s'écrit

$$P_p = (\rho A c_e) \frac{(c_0^2 - c_s^2)}{2}, \quad (4)$$

où c_s est la vitesse en aval de l'éolienne, voir Fig. 1. La première parenthèse, $(\rho A c_e)$ correspond au débit réel au travers de l'éolienne; la vitesse c_e étant celle de l'air au niveau de l'éolienne lorsque celle-ci est en fonctionnement, voir Fig. 1. Pour les éoliennes classiques, cette vitesse sera plus faible que la vitesse c_0 .

La seconde partie de l'expression correspond à l'énergie cinétique perdue par le vent lors de son passage au travers du rotor et récupérée par l'éolienne. Le produit du débit par la perte d'énergie cinétique correspond bien à la puissance prélevée au vent. Cette puissance est une fraction de la puissance totale du vent exposée dans le premier paragraphe. Cette expression de la puissance est souvent synthétisée sous la forme

$$P_p = \frac{1}{2} \rho A c_0^3 \frac{(1+x)(1-x^2)}{2} = P_d \frac{(1+x)(1-x^2)}{2}, \quad (5)$$

où l'on a masqué, à nouveau, l'origine exacte des facteurs. Dans cette expression, x représente le rapport entre les vitesses à l'aval et à l'amont de l'éolienne

$$x = \frac{c_s}{c_0}. \quad (6)$$

L'expression (5) de la puissance prélevée ne découle pas directement de la relation (4). Elle a été démontrée par Betz en 1920¹. Sa démonstration sort du cadre de cette note simplifiée. Elle est basée sur la relation

$$c_e = \frac{(c_0 + c_s)}{2}, \quad (7)$$

qui lie la vitesse du vent au niveau de l'éolienne aux vitesses amont et aval. Betz a également montré que la puissance prélevée est maximum lorsque x vaut 1/3. Il s'agit de "l'optimum de Betz". Dans ce cas, la puissance prélevée devient

$$P_p = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho A c_0^3 = \frac{16}{27} P_d. \quad (8)$$

Au mieux, on peut donc prélever $16/27 \approx 59\%$ de la puissance disponible du vent.

4 La puissance des éoliennes WARP

Les éoliennes WARP sont un cas particulier des éoliennes munies d'un convergent-divergent, voir Fig. 1. La puissance prélevée au vent par ces éoliennes peut être évaluée par une théorie similaire à celle de Betz. La puissance prélevée s'écrit toujours (cfr. (4)):

$$P_p = (\rho A c_e) \frac{(c_0^2 - c_s^2)}{2}, \quad (9)$$

¹Betz A., *Das Maximum der Theoretisch Möglichen Ausnützung des Windes durch Windmotoren*, Zeitschrift für das gesamte Turbinewesen, sept. 20th 1920, pp 307-309.

Cette relation est en fait universelle. Le système WARP répond à cette équation. Cependant, vu la géométrie particulière de la tour qui supporte les éoliennes dans ce concept, la vitesse c_e ne correspond plus à celle obtenue par Betz. Elle est plus élevée. En effet, la géométrie de la tour permet de concentrer l'écoulement et donc d'en augmenter localement la vitesse; d'où l'appellation "Wind Amplified Rotor Platform". Nous notons cette amplification $\beta = c_e/c_0$. En tenant compte de ce facteur, la puissance s'écrit

$$P_p = (\rho A c_0) \beta \frac{(c_0^2 - c_s^2)}{2} . \quad (10)$$

Nous avons seulement remplacé c_e par c_0 dans l'expression du débit et ajouté le facteur β . En introduisant à nouveau le facteur x et en développant une théorie similaire à celle de Betz, nous obtenons

$$P_p = \frac{1}{2} \rho A c_0^3 \beta \frac{(1+x)(1-x^2)}{2} = P_d \beta \frac{(1+x)(1-x^2)}{2} . \quad (11)$$

La seule différence entre cette formule et celle de Betz est la présence du facteur β . Cependant elle fait apparaître un fait capital. En amplifiant la vitesse au niveau du rotor de l'éolienne par le système convergent-divergent, voir Fig. 1, la puissance prélevée a été amplifiée par un facteur β et non par un facteur β^3 . En effet, l'énergie cinétique du vent ne peut pas être amplifiée. C'est uniquement en augmentant le débit transitant dans l'éolienne que la puissance a été augmentée. Il est à remarquer que cette augmentation nécessite une structure fixe dont la surface est supérieure à celle du rotor dans la proportion β .

C'est notamment l'utilisation erronée du facteur β^3 au lieu du facteur β qui est à l'origine des estimations fantaisistes proposées par certains pour les éoliennes WARP.

5 Illustration

Prenons un exemple concret afin de comparer, sur des bases saines, une éolienne WARP et une éolienne classique.

Les paramètres communs aux deux éoliennes sont

masse volumique de l'air	1.2 kg/m ³
hauteur totale des éoliennes	90 m
vitesse du vent, c_0	12.5 m/s

5.1 Surface exposée au vent

Pour une hauteur de 90 m, le système WARP est ici considéré comme muni de 30 éoliennes de 2 m de diamètre chacune. La surface exposée au vent sera donc égale à

$$A_{warp} = 30 \frac{(\pi 2^2)}{4} = 94 m^2 . \quad (12)$$

Une éolienne classique de 90 m de hauteur a un rotor de 60 m de diamètre. La surface du rotor de l'éolienne classique sera donc de

$$A_{clas} = \frac{(\pi 60^2)}{4} = 2827 m^2 . \quad (13)$$

5.2 Puissance des éoliennes

Nous considérons que les deux éoliennes travaillent au rendement de Betz. La puissance de l'éolienne classique vaut alors

$$P_{clas} = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho A_{clas} c_0^3 = \frac{16}{27} * \frac{1}{2} * 1.2 * 2827 * 12.5^3 \approx 1950 kW . \quad (14)$$

Si nous considérons un facteur d'amplification, β , de 2 (ce qui est très optimiste pour une WARP), la puissance de l'éolienne WARP vaut

$$P_{warp} = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \beta \rho A_{warp} c_0^3 = \frac{16}{27} * \frac{1}{2} * 2 * 1.2 * 94 * 12.5^3 = 131 kW . \quad (15)$$

Cet écart important est dû à la différence très significative entre les surfaces exposées au vent. Le rapport est de 15 à 1, en faveur des technologies classiques. La puissance électrique réelle sera une fraction des puissances calculées ci-dessus suite aux diverses imperfections (aérodynamique, mécanique, électrique). L'énergie électrique produite par an sera évidemment dans des proportions semblables à celles obtenues pour les puissances.

6 Conclusions

Les relations présentées dans ce document permettent d'évaluer correctement l'ordre de grandeur des puissances des éoliennes classiques et de type WARP. Nous avons exposé les raisons pour lesquelles le facteur d'amplification ne devait pas être considéré au cube dans l'expression de la puissance de l'éolienne. Finalement, sur base d'un exemple concret, nous avons illustré la médiocrité du système WARP comparé aux éoliennes classiques.